Jaroslav Peregrin

LOGIKA A LOGIKY

**Systém klasické výrokové logiky,
jeho rozšíření a alternativy**

ISBN ...

Poděkování

Kniha, jako je tato, nemůže být tak docela dílem jediného člověka. Dovést ji do podoby koherentního celku bych nedokázal bez pomoci svých kolegů, kteří po mně text četli a upozornili mě na spoustu chyb a nedůsledností, které se v něm vyskytovaly. Můj dík v tomto směru patří zejména Vojtěchu Kolmanovi, Liboru Běhounkovi a Martě Bílkové. Za připomínky k různým částem rukopisu jsem vděčen i Pavlu Maternovi, Milanu Matouškovi, Prokopu Sousedíkovi, Vladimíru Svobodovi, Petru Hájkovi a Grahamu Priestovi. Kniha vznikla v rámci projektu podpořeného grantem AV ČR číslo A0009001/00.

OBSAH

1 CO A K ČEMU JE LOGIKA? 3

1.1 CO JE PŘEDMĚTEM LOGIKY? 3
1.2 FORMÁLNÍ LOGIKA 5
1.3 EXISTUJE JENOM JEDNA, NEBO VÍCE LOGIK? 9

2 KLASICKÝ VÝROKOVÝ POČET 13

2.1 SYNTAX 13
2.2 AXIOMATIKA 15
2.3 SÉMANTIKA 24
2.4 ALTERNATIVNÍ AXIOMATIZACE 30
2.5 KLÍČOVÉ CHARAKTERISTIKY 32
2.5.1 Dedukce 33
2.5.2 Kompaktnost 34
2.5.3 Korektnost a úplnost 36
2.5.4 Denotační nasycenost 40
2.5.5 Rozhodnutelnost 40
2.6 ZOBECNĚNÍ 40

3 NĚKTERÉ ALTERNATIVY 44

3.1 LZE KVP VYLEPŠIT? 44
3.2 INTUICIONISTICKÝ VÝROKOVÝ POČET 46
3.3 VÍCEHODNOTOVÉ VÝROKOVÉ POČTY 54
3.3.1 Bočvarova trojhodnotová logika 55
3.3.2 Kleeneho trojhodnotová logika 56
3.3.3 Parakonzistentní čtyřhodnotová logika 58
3.4 ŁUKASIEWICZOVY TROJ- A VÍCEHODNOTOVÉ LOGIKY 62
3.5 SOUVISLOSTNÍ A RELEVANČNÍ VÝROKOVÉ POČTY 69

4 MODÁLNÍ VÝROKOVÁ LOGIKA A MOŽNÉ SVĚTY 75

4.1 OPERÁTOR NUTNOSTI 75
4.2 BOOLOVY ALGEBRY A ‚MOŽNÉ SVĚTY‘ 78
4.3 KRIPKOVSKÁ SÉMANTIKA PRO KVP 81
4.4 NUTNOST A MOŽNOST 87
4.5 MODÁLNÍ VÝROKOVÝ POČET S5 88
4.6 KRIPKOVSKÁ SÉMANTIKA A MODÁLNÍ VÝROKOVÝ POČET K 92
4.7 DEDUKCE 96
4.8 ROZHODNUTELNOST 97

5 DALŠÍ VARIACE NA MODÁLNÍ LOGIKU 101

5.1 MODÁLNÍ VÝROKOVÉ POČTY T, B A S4 101
5.2 NĚKTERÉ TEORÉMY MVP..103
5.3 KORESPONDENČNÍ TEORIE..105
5.4 SLABÉ MODÁLNÍ LOGIKY 108
5.5 TEMPORÁLNÍ LOGIKA..111
5.6 DEONTICKÁ LOGIKA 113

6 DALŠÍ VARIACE NA KRIPKOVSKOU SÉMANTIKU..................115

6.1 KRIPKOVSKÁ SÉMANTIKA PRO IVP 115
6.2 KRIPKOVSKÁ SÉMANTIKA PRO RELEVANČNÍ LOGIKY......................119
6.3 MULTIMODÁLNÍ LOGIKY A DYNAMICKÝ VÝROKOVÝ POČET...........123

7 OBECNÁ ALGEBRAICKÁ SÉMANTIKA PRO VÝROKOVÉ POČTY..127

7.1 OBECNÁ DEFINICE VÝROKOVÉHO POČTU 127
7.2 ALGEBRAICKÁ FORMULACE..129
7.3 ZÁKLADNÍ ‚PŘIROZENÁ SÉMANTIKA‘ 130
7.4 KRIPKOVSKÉ VERZE ‚PŘIROZENÉ SÉMANTIKY‘ 134
7.5 OD ‚KRIPKOVSKÉ‘ K ‚PRAVDIVOSTNĚ-HODNOTOVÉ‘ SÉMANTICE...137

DODATEK A. PŘIROZENÁ DEDUKCE A SEKVENTOVÝ POČET 139

DODATEK B. SÉMANTICKÉ ROZHODOVACÍ STROMY 145

DODATEK C. SUBSTRUKTURÁLNÍ LOGIKY 151

DODATEK D. PŘEHLED VLASTNOSTÍ VYBRANÝCH VÝROKOVÝCH POČTŮ 153

CITOVANÁ LITERATURA 171

REJSTŘÍK..1

1 Co a k čemu je logika?

1.1 Co je předmětem logiky?

Ačkoli o logice existuje spousta knih, otázce po tom, co to logika vůbec je, je věnována menší pozornost, než by bylo záhodno. Ti, kdo si tuto otázku kladou, na ni navíc často dávají tak zjevně neudržitelné odpovědi, že je až zarážející, že se s nimi je někdo schopen spokojit. To se týká především ‚lidové' verze vysvětlení toho, co to logika je, která se ovšem objevuje i v renomovaných učebnicích logiky: tvrzení, že logika je nauka o tom, jak myslíme, či jak bychom měli myslet[1]. Zdá se mi být naprosto zřejmé, že stačí jenom krátce konfrontovat pravidla, jaká nacházíme v učebnicích logiky, s tím, jakými cestami se ubírají naše faktické myšlenkové pochody, abychom nahlédli, že ty dvě věci mohou mít jenom pramálo společného.

Popsat, jak fakticky myslíme, je ovšem zřejmě velice problematické. Jisté se však zdá být, že v rámci myšlení hrají zcela zásadní roli představivost, metoda pokusu a omylu a podobně – že faktické myšlení je tedy na míle vzdálené pravidlům z učebnic logiky. A rozhodně nejde o to, že by tomu tak bylo z toho důvodu, že bychom mysleli ‚nesprávně' v tom smyslu, že by myšlení, ve kterém bychom se například představám vyhýbali, vedlo k lepším výsledkům. Je dost jasně doložitelné, že ani ty nejefektivnější způsoby myšlení – tedy například způsoby, jakými se ti nejgeniálnější vědci dobírali svých převratných objevů – nijak nepřipomínají řetězce logických odvození[2].

Budeme-li tedy tvrdit, že logika je popisem myšlení či návodem k tomu, jak myslet, budeme nejenom tvrdit něco, čemu budeme moci stěží sami věřit, ale navíc tím budeme logiku pasovat do úlohy podniku předem odsouzeného k neúspěchu[3]. Na to velice důrazně poukázal už zakladatel moderní symbolické logiky Gottlob Frege[4]: ten dokládal, že jakékoli sbližování logiky s psychologií

---

[1] S ní se můžeme běžně setkat zejména v pracích matematických logiků. Tak již u klasika Davida Hilberta najdeme prohlášení, podle kterého jde v jeho matematické teorii logického dokazování [Beweistheorie] o „zaprotokolování pravidel, podle kterých skutečně postupuje naše myšlení" (citováno podle Halletta, 1994). Podobnou charakteristiku předmětu logiky, jakožto „vědy o správném uvažování", najdeme i v Sochorově nedávné české učebnici matematické logiky (2001, s. 7).

[2] Je to zřejmě tohle, co vede k pohrdlivému postoji, jaký často vůči logice zaujímají lidé, kteří studují – či se v rámci budování systémů umělé inteligence pokoušejí napodobovat – faktické lidské myšlení (*viz* např. Johnson-Laird, 1987).

[3] Podrobněji o tom *viz* Peregrin (2000b, zejm. §6).

[4] Podrobný výklad Fregových názorů podává Kolman (2002).

vede na scestí – zatímco psychologie pojednává o subjektivním, předmětem logiky je pravdivost a vyplývání, a to, co je pravda či co z čeho vyplývá, jsou *objektivní* fakta.

Co to tedy logika je, když ne nauka o tom, jak myslet? Přehlédneme-li dlouhou historii tohoto oboru a množství rozmanitých způsobů, kterými bývá vymezován, žádnou jednoznačnou odpověď nenajdeme. Zdá se nicméně, že existuje věc, na které se většina těch, kdo se logikou od antiky až po dnešek zabývali a zabývají, shodnou: logika nám má nějak pomáhat určovat, která zdůvodnění, které typy argumentací či které důkazy jsou přijatelné a které ne.

Jakou roli hraje v rámci lidských aktivit zdůvodňování? Především si všimněme, že zdůvodňování je, na rozdíl od myšlení, *společenskou* záležitostí: ve své hlavě se mohu k nějakému závěru dopracovat *jakýmkoli* způsobem, který přesvědčí *mne*; avšak zdůvodnění, která mají být přesvědčivá obecně, musejí mít určitou podobu. A tvrdím-li něco veřejně a vážně, měl bych to být takto zdůvodnit schopen.

Bude-li tedy někdo tvrdit, že existuje nekonečně mnoho prvočísel, či že všichni podnikatelé jsou darebáci, budeme, pokud s ním v tom nebudeme zajedno, po něm moci právem požadovat, aby svoje tvrzení zdůvodnil. Pokud by nám pak jeho zdůvodnění připadalo správné, asi bychom se s jeho názorem museli ztotožnit (protože pak bychom viděli, že má *pravdu*); pokud bychom však v jeho argumentaci našli nějaké mezery či nesprávnosti, nic by nás k tomu nenutilo.

Kdy je nějaké zdůvodnění správné? Zřejmě tehdy, když přesvědčivě ukazuje, že jsou-li splněny předpoklady, ze kterých vychází, nemůže neplatit závěr, který zdůvodňuje. To znamená, že zdůvodnění je správné, jestliže závěr *vyplývá* z předpokladů, a jestliže je toto zdůvodnění *přesvědčivé* v tom smyslu, že lze předpokládat, že rozumný člověk, který jej vyslechne nebo přečte, nebude moci o tom, že daný závěr z daných předpokladů vyplývá, dost dobře pochybovat. Jak je možné takovéto přesvědčivosti dosáhnout? Standardní metoda, kterou v rámci moderní logiky systematicky rozpracoval Frege, spočívá v tom, že se onen vztah mezi předpoklady a závěrem, o kterém se tvrdí, že je vyplýváním, rozmělní na řetězec kroků, které na sebe jasně navazují a které jsou přitom tak jednoduché, že u nich již o tom, že jsou to případy vyplývání, prakticky nelze pochybovat.

Jak bych například někoho, kdo by si myslel, že všichni podnikatelé jsou darebáci, přesvědčoval, že nemá pravdu? Předpokládejme, že bych s ním měl společného známého, řekněme Karla, o kterém bychom oba věděli, že je to podnikatel, a kterého bychom oba měli za slušného člověka. Pak by moje argumentace mohla vypadat následovně:

Karel přece není darebák.
A Karel je přece taky podnikatel.

Takže existuje podnikatel, který není darebák.
Takže ne všichni podnikatelé jsou darebáci.

A zdá se, že jakmile by můj partner souhlasil s předpoklady týkajícími se Karla (*Karel není darebák*, *Karel je podnikatel*), mohl by již zbytek tohoto zdůvodnění zpochybnit jenom stěží. Kdyby totiž někdo tvrdil, že je sice pravda, že existuje podnikatel, který není darebák, ale že z toho nevyplývá, že by ne všichni podnikatelé byli darebáci, naše diskuse s ním by asi rychle skončila – získali bychom pocit, že si z nás buď tropí žerty, nebo prostě správně nechápe význam slov jako „existuje“ či „všichni“.

Krok od prvních dvou uvedených tvrzení k třetímu i krok od něj k tomu čtvrtému je totiž tak elementární, že pokud by někdo požadoval, abychom některý z nich dále zdůvodňovali, nabyli bychom přesvědčení, že (pokud nám jenom nedělá nějaké naschvály) nemůže dobře rozumět tomu, co výroky, o které jde, říkají. Součástí porozumění těmto výrokům, a potažmo slovům, ze kterých se skládají, je totiž i jejich správné užívání v takovýchto jednoduchých souvislostech. Součástí porozumění slovům „existuje“, „všichni“, „který“ a „není“ je to, že, je-li pravdivý výrok tvaru *Existuje X, který není Y*, musí být pravdivý i výrok *Ne všichni X jsou Y* – že tedy ten druhý vždy vyplývá z toho prvního a že ho z něj tedy můžeme v rámci argumentace vyvodit.

To naznačuje, že elementární případy vyplývání, se kterými logika pracuje, mají co dělat se sémantikou některých slov našeho jazyka; že jsou to pravidla, která (spolu)určují význam těchto slov. Logika se ovšem zajímá o to, čím je zdůvodňování charakterizováno napříč různými typy diskurzů (samozřejmě ovšem ne takovými typy, v jejichž rámci není pro zdůvodňování místo, jako je například poezie); to znamená zabývá se pravidly, charakterizujícími význam takových ‚univerzálních‘ slůvek a konstrukcí, jako jsou „všichni“, „a“, „nebo“, „tudíž“, „být“ atd.

Logika se tedy zabývá vyplýváním a zejména jeho převáděním na řetězce elementárních vyvození (*neboli* inferencí)*, která jsou věcí významů určitých univerzálních ‚argumentačních‘ slůvek našeho jazyka. Můžeme tedy říci, že studuje* (*a standardizuje*) *inferenční strukturu jazyka, konkrétně její nejzákladnější kostru.*

1.2 Formální logika

Nemá-li se tedy logika opírat o psychologii, má hledat oporu v nějakém jiném oboru? Moderní logikové nasměrovali logiku zejména do blízkosti matematiky. Jak je možné využít v logice matematiku? Jak nám mohou matematické metody pomoci studovat vyplývání? Pro názornost si představme, že bychom věty jazyka očíslovali. Vztah vyplývání bychom tak mohli převést na vztah mezi čísly: namísto vztahu mezi výrokem A a výroky A_1, ..., A_n bychom mohli uvažovat o vztahu mezi *číslem* výroku A a *čísly* výroků A_1, ..., A_n. A tento vztah bychom se mohli pokusit nějak matematicky charakterizovat: například najít nějaký algoritmus, podle kterého by bylo možné číslo A z čísel A_1, ..., A_n získat právě v případě, že z nich vyplývá.

Moderní logika ovšem zpravidla nepostupuje tak, že by výroky skutečně převáděla na čísla[5]. Důvodem je, že to nemá za potřebí: matematika se totiž ve dvacátém století přestala omezovat na studium čísel a počítání s nimi a stala se spíše něčím jako obecnou naukou o strukturách[6] (nejexplicitněji v rámci své disciplíny, které se dnes říká *univerzální algebra*[7]). Někteří matematikové tak logiku nahlédli přímo jako jistou kapitolu matematiky: tak jako matematika studuje abstraktní struktury či abstraktní entity, studuje podle nich logika jednu specifickou strukturu (nebo nějakou omezenou skupinu příbuzných struktur) – totiž tu, která určuje, co z čeho vyplývá.

Podstatné je, že chceme-li studovat vyplývání matematicky (ať již prostřednictvím převedení výroků na čísla, nebo přímo, metodami algebry), musíme přirozený jazyk ‚zpřesnit': musíme jednoznačněji vymezit, co je a co není větou a co z čeho vyplývá, protože v přirozeném jazyce zřejmě existuje spousta mezních a více či méně neurčitých případů. To vede v důsledku k tomu, že se přirozený jazyk, který je normálním médiem našeho argumentování a dokazování, nahradí nějakou svou více či méně idealizovanou variantou – jazykem, ve kterém je stále vyjádřitelná nějaká podstatná část toho, o co v rámci argumentací jde, který je však ‚zvládnutelný' prostředky matematiky.

Tohle ovšem není nic výjimečného - logika tak jenom prošla, podobně jako mnohé další vědy, tím, čemu bychom mohli říkat *matematizace*. Její pointou je, zjednodušeně řečeno, že se na zkoumaném předmětu izoluje a matematicky zachytí nějaká relevantní struktura, a ta se potom zkoumá prostředky matematiky – výsledky takového zkoumání se pak promítají zpět na zkoumaný předmět.

---

[5] I když takovýto převod sehrál v rámci jejího vývoje podstatnou roli – za jeho pomoci totiž Kurt Gödel dospěl k jistě nejpřevratnějšímu výsledku v rámci moderní matematické logiky, totiž důkazu nezúplnitelnosti jakékoli teorie obsahující aritmetiku. *Viz* Malina a Novotný (1996).

[6] Jestliže tedy algebra původně vznikla tak, že se abstrahovalo od konkrétních čísel (jaká se vyskytují například ve vztahu 1+2=2+1) a začaly se studovat *struktury* číselných operací (prostřednictvím vzorců, jako je $a+b=b+a$), pak v rámci moderní matematiky dochází k dovršení další abstrakce, v jejímž důsledku jsou již struktury studovány obecně, to jest bez toho, že by musely být nějak spjaty s *čísly*. Srov. Devlin (1976; Úvod)

[7] *Viz* Cohn (1981); či v češtině Ježek (1976).

Tak například chceme-li prozkoumat, jak bude proudit voda v nějakém systému potrubí (jestli se například potrubí jejím tlakem někde neroztrhne), můžeme se o tom mnoho podstatného dozvědět tak, že změříme parametry tohoto potrubí (tloušťku stěn, průměry trubek, pevnost materiálu atd.), použijeme známé parametry vody, vytvoříme z nich ‚matematický model' proudění v našem systému (který bude nejspíše vyjádřen jako nějaká soustava diferenciálních rovnic), z něj pak získáme určité výsledky a ty použijeme k předpovídání toho, co se bude dít, až do systému vodu skutečně pustíme.

Frege a spolu s ním další myslitelé, kteří stáli u zrodu moderní logiky, tedy dospěli k závěru, že i logická struktura našeho jazyka a našeho usuzování je něčím, co se vyplatí izolovat a ‚matematizovat', abychom to mohli zkoumat účinnými metodami matematiky. V tomto případě je ovšem interakce mezi předmětem výzkumu (jazykem) a jeho modelem oboustranná: nejenom, že model vzniká idealizací a zpřesňováním jazyka, ale může se zpětně promítat na jazyk v tom smyslu, že některá zpřesnění, která vyžaduje matematizovaný model, můžeme začít pociťovat jako normy pro užívání jazyka. Víceznačnou a vágní českou spojku „jestliže ... pak ..." můžeme například v modelu zachytit jako exaktně definovanou pravidlem, podle kterého je jí spojené souvětí pravdivé právě tehdy, když je buď nepravdivá věta následující po „jestliže ..." nebo je pravdivá ta, která následuje po „pak ...". Taková reglementace nás pak může vést k tomu, že tuto spojku začneme – alespoň v rámci některých forem diskurzu (například v rámci vědy) – fakticky užívat pouze v tomto exaktním smyslu.

Přes tohle všechno však nelze říci, že by se logika redukovala na nějakou kapitolu matematiky. Tím by se z ní totiž vytratilo to, co jí je konstitutivní, totiž že by měla být nástrojem rozhodování o tom, která (faktická) zdůvodnění jsou správná a která nikoli. Moderní logika je sice s matematikou úzce propojena a mohutně využívá jejích nástrojů, matematika však pro ni zůstává prostředkem, nikoli cílem.

Vezměme příklad: Definujeme-li, že výrok tvaru $A \rightarrow B$ bude pravdivý právě tehdy, když je výrok A nepravdivý nebo je výrok B pravdivý, stane se otázka, je-li výrok tvaru

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

pravdivý (bez ohledu na pravdivost nebo nepravdivost výroků A, B a C), otázkou prozkoumání důsledků naší definice, a tedy v tomto smyslu otázkou povýtce matematickou[8]. (V tomto konkrétním případě jde samozřejmě o výsledek

[8] Definujeme-li implikaci tak jako výše a označíme-li symbolem i funkci, která přiřazuje pravdivostním hodnotám P a N hodnotu N a všem ostatním dvojicím pravdivostních

matematicky dosti triviální.) To, že odpověď na ni je kladná, pak ovšem není z hlediska logiky jako takové *samo o sobě* nijak zajímavé. Zajímavé se to stane teprve poté, co se ukáže, jak lze symbol „→“ s takto definovanými vlastnostmi nahlédnout jako idealizovanou variantu nějakého prvku našeho jazyka (tj. našeho přirozeného prostředku formulování argumentů, úsudků a důkazů) – například spojení „jestliže ... pak ...“. A to není žádnou samozřejmostí. Logika tedy není matematikou, stejně tak jako fyzika není řešením diferenciálních rovnic – jakkoli je moderní logika (stejně tak jako moderní fyzika) bez matematických metod nepředstavitelná.

Formálně-logický model jazyka je tu tedy primárně proto, abychom skrze něj studovali – a potažmo standardizovali – faktický jazyk a faktické formy usuzování v něm. Můžeme se na něj samozřejmě podívat i jako na čistě matematickou strukturu, tj. odhlédnout od toho, z čeho jsme tuto strukturu extrahovali a k čemu nám slouží. To může být někdy, provádíme-li její povýtce matematická zkoumání, dokonce velice užitečné – soustředíme-li se na čistě formální aspekty této struktury, pak by nás informace o tom, jak a proč se tato struktura vztahuje k něčemu mimo sebe, jedině rozptylovaly (a v horším případě mátly). Zásadní je ovšem neustále rozlišovat obě perspektivy, ze kterých můžeme takový model nahlížet: perspektivu, ze které jej vidíme jenom jako prostředek, který nám zprostředkovává zkoumání (pravidel) faktického jazyka a faktického usuzování, a perspektivu, ze které jej vidíme jako vlastní předmět našeho zkoumání (zatímco v prvním případě se díváme, dalo by se říci, *skrz* něj, v tom druhém hledíme spíše jako by *na* něj)[9].

Studium formálně-logických struktur ovšem dává, jak se ukázalo zejména v souvislosti s převratnými výsledky Kurta Gödela, vzniknout celému spektru velice netriviálních matematických problémů; a tak lze hovořit o víceméně zcela novém odvětví matematiky, *matematické logice*[10]. Pak je ovšem třeba si uvědomit, že nakolik je matematická logika součástí matematiky, natolik to vlastně není logika v pravém slova smyslu – je to nejvýše *nástroj* logiky (jakkoli je dnes tento nástroj pro logiku naprosto nepostradatelný).

My se v této knize budeme zabývat právě takovými více či méně idealizovanými formálními modely jazyka, které byly sestaveny pro účely logických zkoumání. (A ač budeme rozebírat jejich matematické vlastnosti, a tím se pohybovat na poli matematické logiky, budeme tak vždy činit na pozadí úvah o

---

hodnot P, stane se z otázky pravdivost uvedeného výroku otázka toho, zda má složená funkce, která pravdivostním hodnotám x, y a z přiřazuje $i(i(x,i(y,z)),i(i(x,y),i(x,z)))$, pro jakékoli argumenty hodnotu P.

[9] *Viz* o tom podrobněji Peregrin (1999, Kapitola 8; 2000a).

[10] *Viz* např. Sochor (2001).

schopnosti těchto logických modelů zachytit pro logiku relevantní strukturu jazyka.) Takovým formálním jazykům budeme říkat *logické počty* (či *kalkuly*). Logický počet je tedy založen na nějakém formálním slovníku a gramatice, které můžeme vidět jako jakousi idealizovanou verzi nějaké části slovníku a gramatiky přirozeného jazyka.

O idealizaci hovoříme proto, že výrazy formálního jazyka představují zjednodušené a ‚zpřesněné' verze výrazů či konstrukcí přirozeného jazyka. Tak například již zmíněný operátor implikace, který je chápán jako rekonstrukce spojky „jestliže ... pak ..." v rámci klasické logiky, tvoří se dvěma větami pravdivou větu právě tehdy, když je buď první z nich nepravdivá nebo je ta druhá pravdivá. (Není pochyb o tom, že takto se v přirozeném jazyce spojka „jestliže ... pak ..." často chová – v mnoha případech se však také chová více či méně jinak, často například navíc mezi spojovanými větami konstatuje nějakou věcnou souvislost.) Jak už jsme ale také konstatovali, takovéto idealizace se mohou zpětně promítnout do některých forem faktického diskurzu.

Jestliže jsme tedy v předchozím oddíle konstatovali, že logika studuje inferenční strukturu jazyka, pak nyní můžeme konstatovat, že *moderní logika tuto strukturu studuje – a standardizuje – prostřednictvím budování jejích matematických modelů, logických počtů*.

1.3 Existuje jenom jedna, nebo více logik?

Je tedy struktura, kterou logika studuje (a standardizuje), absolutní, a existuje tedy jenom jedna logika, nebo se různé jazyky mohou svými strukturami lišit, a existují tedy netriviálně různé druhy logických počtů? Na první pohled se může zdát, že vztahujeme-li takto logiku ke struktuře *jazyka*, vede to nevyhnutelně k bezbřehému relativismu. Copak nemohou mít různé jazyky různou strukturu? A není ostatně to, že má náš jazyk tu strukturu, kterou má, jenom výsledkem náhodných historických procesů? Nebudeme tedy mít tolik logik, kolik je (potenciálních) jazyků?

Je třeba si uvědomit, že z toho, že různé jazyky se mohou různými způsoby lišit, neplyne, že by nebylo nic, co by dělalo jazyk jazykem. Psi se také mohou různými způsoby lišit – a přesto by asi stěží mohl existovat pes, který by měl ploutve a žil ve vodě, či měl křídla a létal ve vzduchu (v takovém případě by to totiž prostě nebyl pes); a podobně by těžko mohl existovat jazyk (ve skutečném, nepřeneseném smyslu toho slova), ve kterém by neexistovalo nic jako negace či jako konjunkce. Zdá se, že ona inferenční kostra, kterou si bere na mušku logika, patří k tomu, co dělá jazyk jazykem, a co tedy musí tak či onak obsahovat *každý* jazyk hodný toho jména[11].

Tohle je důvodem, proč v logice nemůže vládnout žádný bezbřehý relativismus. Znamená to tedy, že existuje jenom jedna logika? Ne tak docela. Logika, jak jsme poznamenali, *idealizuje* a *standardizuje*: vede ostré hranice tam, kde v přirozeném jazyce nejsou, domýšlí a extrapoluje, či někdy dokonce vylepšuje – a to vytváří prostor pro různé druhy variant a alternativ. Ty jsou ovšem různé povahy. Zaprvé, analýza inferenční struktury může jít do různé hloubky: můžeme se například zastavit na úrovni, kdy se na některé výroky díváme jako na dále nerozborné celky (čímž vznikají tzv. výrokové počty, kterými se budeme zabývat v této knize), nebo můžeme jít hlouběji a analyzovat každý výrok na nějaké elementárnější složky (tím vznikají tzv. predikátové počty, kterým se hodláme věnovat v jejím pokračování).

Zadruhé, je tu jistý prostor pro alternativy i na téže úrovni abstrakce: tak například můžeme předpokládat, že všechno, čím se budeme ochotni zabývat jako výrokem, musí být pravdivé či nepravdivé (což je konstitutivní předpoklad klasické, dvojhodnotové logiky), nebo můžeme připustit, že existují i výroky, které nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé (pak máme logiku parciální či vícehodnotovou). Je ovšem zřejmé, že v přirozeném jazyce věty, které nemají pevné pravdivostní hodnoty, existují (například věty explicitně či implicitně odkazující ke kontextu jejich užití, jako například „Já mám hlad“) – na druhé straně je však otázkou, zda nemůžeme vše, co lze vyjádřit pomocí takových vět, vyjádřit i pomocí vět, které pravdivostní hodnotu mají, a zda se tedy nelze legitimně omezovat jen na ně.

Můžeme také uvažovat o různých variantách základních logických operátorů. Tak například v podstatě každý logický počet bude obsahovat nějakou obdobu spojky „jestliže ... pak ...“ přirozeného jazyka. Užití této spojky v přirozeném jazyce je však natolik různorodé, že se za její ‚standardizované rekonstrukce‘ mohou prohlašovat operátory netriviálně různé. Spojení „jestliže ... pak ...“ se zdá být charakterizováno faktem, že z *A* a *jestliže A, pak B* vyplývá *B*; avšak platí také například to, že *Jestliže A, pak B* vyplývá z *B*? Zdá se, že v přirozeném jazyce tohle není tak zcela jednoznačné; takže v jeho standardizované verzi

---

[11] Představme si, že bychom narazili na nějaké dosud neznámé tvory, kteří by vydávali zvuky, které by mohly být jazykem. Jak bychom zjistili, zda skutečně používají jazyk, nebo jenom vydávají nějaké signály, jako mnohá zvířata či ptáci? Zdá se, že ať už bychom to prakticky uskutečnili jakkoli, stěží bychom jejich projevy označili za jazyk, kdybychom v nich nedokázali nalézt nějaké obdoby oněch základních struktur našich jazyků, které jsou tvořeny negací, konjunkcí atd. Tuto úvahu rozpracoval především Donald Davidson (1974) v rámci svého myšlenkového experimentu s tzv. *radikální interpretací*. *Viz* též Peregrin (1999, Kapitola 6).

můžeme definovat jak implikaci, pro kterou tohle platí (což je případ implikace klasické logiky), tak tu, pro kterou to neplatí (jak je tomu například v rámci relevančních logik)[12].

Z dnešní perspektivy se situace může jevit tak, že existuje jedna standardní či ‚klasická' logika (na výrokové a predikátové úrovni) a vedle ní celá řada různých deviací, ‚neklasických' logik. To se ostatně odráží i v terminologii, kterou používají ti, kdo o logických systémech za hranicemi standardní logiky píší. Termín *neklasické logiky* má v názvu jak jediná česká kniha, která se tomuto tématu systematicky věnuje (Mleziva, 1970), tak zatím poslední významná kniha publikovaná na toto téma v zahraničí (Priest, 2001).

Tento pohled je ovšem problematický, protože navozuje zdání, že ‚klasická' logika se vyvinula jako jakýsi ‚přirozený druh' a že její ‚neklasické' alternativy jsou něčím druhotným. Tak tomu však historicky nebylo. Již první filosof, který se logikou systematicky zabýval, Aristotelés, považoval za integrální součást logiky například to, co dnes spadá do (‚neklasické') modální logiky. A i v rámci moderní formální logiky je vydělení ‚standardní' logiky z původně mnohem obsažnějšího pole relativně pozdní záležitostí – došlo k němu v podstatě až někdy kolem roku 1930[13]. Důvodem tohoto vydělení pak byl především fakt, že systém standardní logiky vykazoval některé velice příjemné matematické vlastnosti, které ostatní systémy postrádaly.

Toto rozdělení na ‚klasickou' a ‚neklasickou' logiku začalo navíc poněkud matoucím způsobem interagovat s rozdělením na ‚matematickou' a ‚filosofickou' logiku – někteří logici totiž začali ztotožňovat matematickou logiku s (matematickým) studiem systému klasické logiky a filosofickou logiku s (matematickým či nematematickým) studiem všeho, co je za jeho hranicemi. (Dokladem tohoto může být například *Journal of Philosophical Logic*, ve kterém je během posledních desetiletí většina článků věnována analýzám formálních systémů ‚neklasických' logik[14].)

---

[12] Hacking (1979) na toto téma říká: „Logikové se uchylují ke spoustě různých objektů, které mohou být užitím vět tvaru ‚jestliže ... pak ...' předkládány. Abstrakce, které tak vznikají, zahrnují materiální kondicionál, několik druhů striktních implikací a řadu silnějších spojek, z nichž je v současné době nejpopulárnější relevantní implikace." Filosofické problémy související s ‚alternativností' logických operátorů probírá Haacková (1996).

[13] *Viz* Moore (1988).

[14] Jiným dokladem je to, že zatímco *Handbook of Mathematical Logic* (Barwise, 1977) se omezuje prakticky výhradně na standardní logiku, chceme-li informace o logikách za jejími hranicemi (ať už o jejich matematických či nematematických aspektech), najdeme je v *Handbook of Philosophical Logic* (Gabbay a Guenthner, 2002).

Domnívám se, že jakkoli důvody, proč přisuzovat systému standardní logiky v rámci logické teorie výsadní místo, skutečně existují (většinu z nich shrnují Hájek a Sochor, 1998), vidět vše za jejími hranicemi jako pouhé kuriozity je prostě nemístné. Mnohé logické systémy za hranicemi standardní logiky jsou totiž z různých hledisek skutečně podstatné, a někdy třeba i užitečnější než ona sama. (Chceme-li například, aby byl vztah mezi argumentací, tak jak se obvykle odehrává v přirozeném jazyce, a její logickou rekonstrukcí hodně přímočarý[15], se standardní logikou vystačíme stěží, protože její syntaktická struktura je ve srovnání se syntaktickou strukturou přirozeného jazyka beznadějně chudá.) Navíc protože v Česku se pojem *matematická logika* většinou chápe výše uvedeným způsobem, to jest jako matematická zkoumání systému *standardní* logiky, zatímco pojem *filosofická logika* se chápe jako logika ne-matematická, vzniká v oblasti matematických zkoumání logiky za hranicemi té standardní jakási země nikoho.

V této knize tedy vyjdeme ze standardní, klasické výrokové logiky (v budoucnu bych rád vydal pokračování věnované predikátovým logikám); vystříháme se však toho, abychom logiku redukovali pouze na ni. Probereme některá její možná rozšíření a některé její alternativy (náš výčet ovšem nebude zdaleka vyčerpávající, zabývat se nebudeme například lineární logikou[16], kvantovou logikou[17], logikami založenými na teorii her[18] atd.). Nejpodrobněji se budeme věnovat logikám modálním, protože jejich sémantika, založená na ‚možných světech', je jednak velice zajímavá z filosofického hlediska, a jednak, jak uvidíme, představuje něco jako paradigma sémantiky pro logiky za hranicí té standardní.

[15] Například proto, aby bylo 'překládání z přirozeného jazyka' do příslušného formálně-logického jazyka víceméně mechanickou záležitostí, svěřitelnou třeba počítači.

[16] Girard (1987).

[17] Beltrametti a Cassinelli (1981).

[18] Hintikka (1996).